形而上学概念文字

冯琦

中科院数学与系统科学研究院数学所
清华大学哲学系

2024年4月28日

内容目录

1 问题与动机

内容目录

内容目录

内容目录

内容目录

内容目录

内容目录

内容目录

内容目录

I

问题与动机

自Aristotle 建立起形式推理系统以来，围绕逻辑推理滋生出一系列形而上学问题。比如，

什么是逻辑真理(逻辑规律)?

自Aristotle 建立起形式推理系统以来，围绕逻辑推理滋生出一系列形而上学问题。比如，

什么是逻辑真理(逻辑规律)?

逻辑真理的含义是什么?

自Aristotle 建立起形式推理系统以来，围绕逻辑推理滋生出一系列形而上学问题。比如，

什么是逻辑真理(逻辑规律)?

逻辑真理的含义是什么?

逻辑真理的基垫是什么(其真真在何处)?

自Aristotle 建立起形式推理系统以来，围绕逻辑推理滋生出一系列形而上学问题。比如，

什么是逻辑真理(逻辑规律)?

逻辑真理的含义是什么?

逻辑真理的基垫是什么(其真真在何处)?

不少逻辑哲学思想者站在自选的立场上对这些问题提出了发人深省的见解。但这些见解未必是令人信服的见解。那么，比较合适的解答可能会是一种什么样的具体模式？如何有效地区分偏差解与适当解?

I. 问题与动机

求解动机

这似乎意味着有必要事先明确可以用来表述逻辑真理性问题并展开分析的形而上学语言的某种形式化，以确保尽可能地消除或避免表达中的二义性以及确保概念的准确性和分析的一致性，从而以统一的形式化的形而上学概念文字来审视有关逻辑真理性问题的各种见解并寻求一种具有足够解释功能的具有说服力的典型解答。

I. 问题与动机

求解动机

我们的目标：用具体的抽象来抽象地规范地表示具体实在。

II

立足点

II. 立足点

三重世界假设

假定：**客观世界**由所有过去曾经被**观察**过的、现在被观察到的、未来可以被观察的具体**实在**对象组成；所有实在都是客观世界中(过去已经、现在正在、未来可以)被观察到的具体的对象。

假定：**主观世界**，又称**知觉和观念世界**，由迄今为止的全体知觉性**存在**所构成；个人主观世界总是由迄今为止的某些部分知觉性存在构成；所有迄今为止的知觉性存在都是组成人类主观世界的具体元素；无论是个人的主观世界，还是人类总体的主观世界，都随时间向前推移而发生变化；

假定：**理念世界**由具体的**存在**、具体的抽象表达式以及对具体的抽象表达式的具体解释构成，是所有迄今为止的抽象表达式的逻辑结构体系；具体存在、具体形式语言表达式、具体普适原理、具体特定原理、具体概念、具体概念之间的具体逻辑关系以及具体含义解释，都是组成理念世界的具体对象。

II. 立足点

三重世界假设

假定：所有的存在都是具体的；**存在**

1. 是对被观察到的实在的**抽象肯定**；

假定：所有的存在都是具体的；**存在**

1. 是对被观察到的实在的**抽象肯定**；
2. 是对具体实在、具体现象和具体过程经观察之后抽象的结果；

假定：所有的存在都是具体的；**存在**

1. 是对被观察到的实在的**抽象肯定**；
2. 是对具体实在、具体现象和具体过程经观察之后抽象的结果；
3. 是一切**分析**的基本素材或基本信息；

假定：所有的存在都是具体的；**存在**

1. 是对被观察到的实在的**抽象肯定**；
2. 是对具体实在、具体现象和具体过程经观察之后抽象的结果；
3. 是一切**分析**的基本素材或基本信息；
4. 是一切**理性认识**的基本对象。

假定：所有的存在都是具体的；**存在**

1. 是对被观察到的实在的**抽象肯定**；
2. 是对具体实在、具体现象和具体过程经观察之后抽象的结果；
3. 是一切**分析**的基本素材或基本信息；
4. 是一切**理性认识**的基本对象。

假定：所有的存在都是具体的；**存在**

1. 是对被观察到的实在的**抽象肯定**；
2. 是对具体实在、具体现象和具体过程经观察之后抽象的结果；
3. 是一切**分析**的基本素材或基本信息；
4. 是一切**理性认识**的基本对象。

理性认识过程由抽象表示过程与解释过程这一对互逆过程复合组成；存在与抽象表达式是理性认识过程的两端。

II. 立足点

三重世界假设

1. 观察是实现或建立从实在到存在对应关系、获取有关实在的信息的唯一过程，是感性认识过程；

1. 观察是实现或建立从实在到存在对应关系、获取有关实在的信息的唯一过程，是感性认识过程；
2. 测量是从实在到信息的理性认识过程；

1. 观察是实现或建立从实在到存在对应关系、获取有关实在的信息的唯一过程，是感性认识过程；
2. 测量是从实在到信息的理性认识过程；
3. 实在是观测之本，是感性认识之本，是客观对象；

1. 观察是实现或建立从实在到存在对应关系、获取有关实在的信息的唯一过程，是感性认识过程；
2. 测量是从实在到信息的理性认识过程；
3. 实在是观测之本，是感性认识之本，是客观对象；
4. 观念性存在是观测之末，是感性认识之末，是取得的表象信息，是观测过程的直接结果；

1. 观察是实现或建立从实在到存在对应关系、获取有关实在的信息的唯一过程，是感性认识过程；
2. 测量是从实在到信息的理性认识过程；
3. 实在是观测之本，是感性认识之本，是客观对象；
4. 观念性存在是观测之末，是感性认识之末，是取得的表象信息，是观测过程的直接结果；
5. 观念性存在是理性认识之本；概念性存在是抽象表达式(形式表达式)的基本，既是思维过程的结果，又是是进一步展开理性认识的对象，是构建理念世界之本。

判定过程的正确性问题：

如何在理性思维与语言表达过程中有效区分正确与错误？

判定过程的正确性问题：

如何在理性思维与语言表达过程中有效区分正确与错误？

如何有效保障理性思维与语言表达过程的正确性？

II. 立足点

为什么需要逻辑？

基本假设:

推理分析是发现大自然奥秘、追求本原、追求真理、真正理解大自然因果律的理性思维活动之一;

II. 立足点

为什么需要逻辑？

基本假设:

推理分析是发现大自然奥秘、追求本原、追求真理、真正理解大自然因果律的理性思维活动之一；

为了有效表达以及展开所需要的推理分析，在所有的目标语言中都会有以相应等价形式植入其中的少数几个逻辑常元(逻辑关联词)；

II. 立足点
为什么需要逻辑？

基本假设:

推理分析是发现大自然奥秘、追求本原、追求真理、真正理解大自然因果律的理性思维活动之一；

为了有效表达以及展开所需要的推理分析，在所有的目标语言中都会有以相应等价形式植入其中的少数几个逻辑常元(逻辑关联词)；

推理分析过程自然会有对有错，且对与错互斥、对立、不可同时空共存；

II. 立足点

为什么需要逻辑？

基本假设:

推理分析是发现大自然奥秘、追求本原、追求真理、真正理解大自然因果律的理性思维活动之一；

为了有效表达以及展开所需要的推理分析，在所有的目标语言中都会有以相应等价形式植入其中的少数几个逻辑常元(逻辑关联词)；

推理分析过程自然会有对有错，且对与错互斥、对立、不可同时空共存；

在推理分析中，对同一事物的肯定(是)与否定(非)总是相互对立、相互排斥，不可同时空共存；

II. 立足点

为什么需要逻辑？

基本假设:

推理分析是发现大自然奥秘、追求本原、追求真理、真正理解大自然因果律的理性思维活动之一；

为了有效表达以及展开所需要的推理分析，在所有的目标语言中都会有以相应等价形式植入其中的少数几个逻辑常元(逻辑关联词)；

推理分析过程自然会有对有错，且对与错互斥、对立、不可同时空共存；

在推理分析中，对同一事物的肯定(是)与否定(非)总是相互对立、相互排斥，不可同时空共存；

在推理分析中，同一事情的真实与虚假同样总是相互对立、相互排斥，不可同时空共存；

II. 立足点

为什么需要逻辑？

只有正确的推理分析才会总是被肯定的与真实的相同、被否定的与虚假的相同；

II. 立足点

为什么需要逻辑？

只有正确的推理分析才会总是被肯定的与真实的相同、被否定的与虚假的相同；

只有正确的推理分析才会由真实原因必然导致真实结论；

II. 立足点

为什么需要逻辑？

只有正确的推理分析才会总是被肯定的与真实的相同、被否定的与虚假的相同；

只有正确的推理分析才会由真实原因必然导致真实结论；

对于那些实事求是的理智的人们来说，只有正确的推理分析才会总是有助于增加对实在世界的真实认识和正确理解以及总是有助于成功地解决实际问题；任何错误的推理分析往往适得其反；

II. 立足点

为什么需要逻辑？

只有正确的推理分析才会总是被肯定的与真实的相同、被否定的与虚假的相同；

只有正确的推理分析才会由真实原因必然导致真实结论；

对于那些实事求是的理智的人们来说，只有正确的推理分析才会总是有助于增加对实在世界的真实认识和正确理解以及总是有助于成功地解决实际问题；任何错误的推理分析往往适得其反；

推理分析的系统性对与错的关键就在于是否正确地使用那些逻辑关联词以及是否正确地选择所需要的本原作为出发点和立足点。

II. 立足点

为什么需要逻辑？

只有正确的推理分析才会总是被肯定的与真实的相同、被否定的与虚假的相同；

只有正确的推理分析才会由真实原因必然导致真实结论；

对于那些实事求是的理智的人们来说，只有正确的推理分析才会总是有助于增加对实在世界的真实认识和正确理解以及总是有助于成功地解决实际问题；任何错误的推理分析往往适得其反；

推理分析的系统性对与错的关键就在于是否正确地使用那些逻辑关联词以及是否正确地选择所需要的本原作为出发点和立足点。

只有正确的推理分析才会总是被肯定的与真实的相同、被否定的与虚假的相同；

只有正确的推理分析才会由真实原因必然导致真实结论；

对于那些实事求是的理智的人们来说，只有正确的推理分析才会总是有助于增加对实在世界的真实认识和正确理解以及总是有助于成功地解决实际问题；任何错误的推理分析往往适得其反；

推理分析的系统性对与错的关键就在于是否正确地使用那些逻辑关联词以及是否正确地选择所需要的本原作为出发点和立足点。

【“实事求是”是个人面对现实理性思考时应当选择的基本态度或者应当选择遵守的基本原则，不应当是任何其它的什么；“理智”则是个人的智力或者理性思考的能力】

II. 立足点

为什么需要逻辑?

建立逻辑系统的先贤们的一个基本目的或基本动机就是要解决有效识别和区分说理过程(理性思维与表达过程)的正确与错误的问题。

建立逻辑系统的先贤们的一个基本目的或基本动机就是要解决有效识别和区分说理过程(理性思维与表达过程)的正确与错误的问题。

Aristotle 希望寻找的一切科学理论的奠基石正是为了达到这一基本目的;他花大量篇幅在《形而上学》中反复论证“排中律”和“矛盾律”之合理性和作为奠基石的一部分以及以此来矫正先人论述中的许多错误,正是为了实现他的目标:建立起完善的形而上学以及逻辑演绎体系,解决说理过程的正确性问题。

II. 立足点

为什么需要逻辑？

思维与表达过程的正确性包括四个方面：

II. 立足点

为什么需要逻辑？

思维与表达过程的正确性包括四个方面：

第一，基本出发点选择的客观一致性；

II. 立足点
为什么需要逻辑？

思维与表达过程的正确性包括四个方面：

第一，基本出发点选择的客观一致性；

第二，各基本出发点选择的可靠性；

II. 立足点

为什么需要逻辑？

思维与表达过程的正确性包括四个方面：

第一，基本出发点选择的客观一致性；

第二，各基本出发点选择的可靠性；

第三，各逻辑常元的使用正确性；

II. 立足点

为什么需要逻辑？

思维与表达过程的正确性包括四个方面：

第一，基本出发点选择的客观一致性；
第二，各基本出发点选择的可靠性；
第三，各逻辑常元的使用正确性；
第四，推理分析过程的正确性

II. 立足点

为什么需要逻辑？

逻辑，在我的理解中，是一门为系统性的独立于任何个人意志的保障理性思维与表达的客观正确性以及避免说理过程中出现错误而不断发展、不断完善并不断提供系统性方法和规则的学问。

II. 立足点

为什么需要逻辑？

“‘逻辑’这个词是一门分析所有科学分支共有概念的含义以及建立规范使用这些概念的一般法则的学科的名字。”

“我完全相信逻辑知识更为广泛的传播可以对加速人类关系正常化的进程作出积极贡献。因为，一方面，通过在自己领域中将各种概念严格化和规范化以及强调在其它范围内这样一种严格化和规范化的必要性，逻辑导致那些愿意这样做的人们彼此之间能够更好地相互理解；以及，另一方面，通过令思维工具更为完善和锋利，它会令人们更为敏锐—从而令大众不那么轻易地被当今世界各地持续泛滥的那些虚伪说法所误导。”

——塔尔斯基(Alfred Tarski)，《逻辑引论》(Oxford University Press, 1941)

III

形而上学语言规范化问题

III. 形而上学语言规范化问题

统一抽像表示语言选择标准

是否可以建立起一种适应自然科学发展需要的统一、自洽、具体、规范、简练、清晰、优美、牢靠的抽象表述形式以及解释的概念文字体系？

是否可以建立起一种适应自然科学发展需要的统一、自洽、具体、规范、简练、清晰、优美、牢靠的抽象表述形式以及解释的概念文字体系？

形式语言选择基本标准：富足、规范、简练、清晰、优美、牢靠。

III. 形而上学语言规范化问题

规范化之目的

科学必须建立在系统的语言基础之上，因为语言是唯一的交流媒介。交流过程中语言的二义性问题是极其重要的问题。正是在尽可能减少甚至消除二义性的过程中，逻辑扮演着根本性的角色。

III. 形而上学语言规范化问题

规范化之目的

在自然科学中，努力由一般导出特殊；透过简单的一般规律来理解复杂的特殊现象。
为了满足规律的一般性需要，在相应的语言表达中只能涉及尽可能少量的简单概念。
从这些概念出发，可以推导出无穷多种被涵盖现象的结论。
这不仅仅涉及质还涉及精确到一定程度的量。
当一系列结论由给定的前提推导出来的时候，这条前后关联的性质或关系链的长度依赖那些前提的严格程度。
这就要求一般规律表达式中的概念必须经过毫无歧义的严格定义。

III. 形而上学语言规范化问题

规范化之目的

这就要求试图为各门科学提供奠基石的形而上学建立起足够丰富的概念文字；这种概念文字必须

> 是符号化的，是形式化的，是安照事先明确的规矩和发展程序来展开的；

这就要求试图为各门科学提供奠基石的形而上学建立起足够丰富的概念文字；这种概念文字必须

是符号化的，是形式化的，是安照事先明确的规矩和发展程序来展开的；

是自成体系的，是自洽的，是规范的，是连贯而无冲突的；

这就要求试图为各门科学提供奠基石的形而上学建立起足够丰富的概念文字；这种概念文字必须

- 是符号化的，是形式化的，是安照事先明确的规矩和发展程序来展开的；
- 是自成体系的，是自洽的，是规范的，是连贯而无冲突的；
- 是可以定义对形式进行解释以及定义每一个具体形式表达式之可能内涵的；

这就要求试图为各门科学提供奠基石的形而上学建立起足够丰富的概念文字；这种概念文字必须

- 是符号化的，是形式化的，是安照事先明确的规矩和发展程序来展开的；
- 是自成体系的，是自洽的，是规范的，是连贯而无冲突的；
- 是可以定义对形式进行解释以及定义每一个具体形式表达式之可能内涵的；
- 是不仅足以满足当前需要并且可以根据科学发展需要不断扩展的。

III. 形而上学语言规范化问题

规范化之目的

能够以最简洁的既是抽象的又是具体的方式全部实现这些要求的就是在单一语言下植入具体的弗瑞格逻辑法则于自身的公理化集合论。

IV

确切有限概念文字基本理论CFZFC

IV. 确切有限概念文字基本理论CFZFC

概念文字形式符号

1. 逻辑符号:

$$\neg \quad \rightarrow \quad \forall \quad =$$

1. 逻辑符号:

$$\neg \quad \to \quad \forall \quad =$$

2. 元概念文字符号: $\in$

1. 逻辑符号:

$$\neg \quad \rightarrow \quad \forall \quad =$$

2. 元概念文字符号: $\in$
3. 概念文字变元符号:

$$v_0, v_1, v_2, \cdots, v_{99}$$

1. 逻辑符号:

$$\neg \quad \to \quad \forall \quad =$$

2. 元概念文字符号: $\in$
3. 概念文字变元符号:

$$v_0, v_1, v_2, \cdots, v_{99}$$

4. 元概念文字分组符号: ( )

IV. 确切有限概念文字基本理论CFZFC

确切形而上学概念文字表达式

以分层方式构造一组确切的具体的概念文字表达式(确切层次被限定在一个具体的正整数范围内):

以分层方式构造一组确切的具体的概念文字表达式(确切层次被限定在一个具体的正整数范围内):

1. 0-层具体原始表达式:

$$(v_i \in v_j);\ (v_m = v_n); (i, j, m, n < 100)$$

以分层方式构造一组确切的具体的概念文字表达式(确切层次被限定在一个具体的正整数范围内):

1. 0-层具体原始表达式:

$$(v_i \in v_j);\ (v_m = v_n); (i, j, m, n < 100)$$

2. 给定确定范围内第 i 层的具体表达式 φ，如果 $i+1$ 还在确定层次范围内，那么可以构造其否定式$(\neg\varphi)$;

以分层方式构造一组确切的具体的概念文字表达式(确切层次被限定在一个具体的正整数范围内):

1. 0-层具体原始表达式:

$$(v_i \in v_j);\ (v_m = v_n); (i, j, m, n < 100)$$

2. 给定确定范围内第 i 层的具体表达式 φ，如果 $i+1$ 还在确定层次范围内，那么可以构造其否定式$(\neg\varphi)$;
3. 给定确定范围内第 i 层和第 j 层的两个表达式，φ 和 ψ，如果 $(1+\max\{i,j\})$ 依然还在确定层次范围内，那么可以构造蕴含式 $(\varphi \to \psi)$;

以分层方式构造一组确切的具体的概念文字表达式(确切层次被限定在一个具体的正整数范围内):

1. 0-层具体原始表达式:

$$(v_i \in v_j);\ (v_m = v_n); (i, j, m, n < 100)$$

2. 给定确定范围内第 i 层的具体表达式 φ，如果 $i+1$ 还在确定层次范围内，那么可以构造其否定式$(\neg\varphi)$;
3. 给定确定范围内第 i 层和第 j 层的两个表达式，φ 和 ψ，如果 $(1+\max\{i,j\})$ 依然还在确定层次范围内，那么可以构造蕴含式 $(\varphi \to \psi)$;
4. 给定确定范围内第 i 层的表达式 φ 以及一个确定指标的变元符号 v_j,$(j < 100)$, 如果 $(i+1)$ 还在确定层次范围内，那么可以构造全称式 $(\forall v_j\, \varphi)$.

对于给定的具体表达式φ_1，φ_2，φ_3，如果下述Frege 模式依然在确定范围之内，那么它们就可以作为Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

(a) $((\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_3)) \to ((\varphi_1 \to \varphi_2) \to (\varphi_1 \to \varphi_3)))$

对于给定的具体表达式φ_1, φ_2, φ_3，如果下述Frege 模式依然在确定范围之内，那么它们就可以作为Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

(a) $((\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_3)) \to ((\varphi_1 \to \varphi_2) \to (\varphi_1 \to \varphi_3)))$

(b) $(\varphi_1 \to \varphi_1)$

对于给定的具体表达式φ_1，φ_2，φ_3，如果下述Frege 模式依然在确定范围之内，那么它们就可以作为Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

(a) $((\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_3)) \to ((\varphi_1 \to \varphi_2) \to (\varphi_1 \to \varphi_3)))$
(b) $(\varphi_1 \to \varphi_1)$
(c) $(\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_1))$

对于给定的具体表达式$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$，如果下述Frege 模式依然在确定范围之内，那么它们就可以作为Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

(a) $((\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_3)) \to ((\varphi_1 \to \varphi_2) \to (\varphi_1 \to \varphi_3)))$
(b) $(\varphi_1 \to \varphi_1)$
(c) $(\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_1))$
(d) $(\varphi_1 \to ((\neg\varphi_1) \to \varphi_2))$

对于给定的具体表达式φ_1，φ_2，φ_3，如果下述Frege 模式依然在确定范围之内，那么它们就可以作为Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

(a) $((\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_3)) \to ((\varphi_1 \to \varphi_2) \to (\varphi_1 \to \varphi_3)))$
(b) $(\varphi_1 \to \varphi_1)$
(c) $(\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_1))$
(d) $(\varphi_1 \to ((\neg\varphi_1) \to \varphi_2))$
(e) $(((\neg\varphi_1) \to \varphi_1) \to \varphi_1)$

对于给定的具体表达式φ_1, φ_2, φ_3，如果下述Frege 模式依然在确定范围之内，那么它们就可以作为Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

(a) $((\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_3)) \to ((\varphi_1 \to \varphi_2) \to (\varphi_1 \to \varphi_3)))$
(b) $(\varphi_1 \to \varphi_1)$
(c) $(\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_1))$
(d) $(\varphi_1 \to ((\neg\varphi_1) \to \varphi_2))$
(e) $(((\neg\varphi_1) \to \varphi_1) \to \varphi_1)$
(f) $((\neg\varphi_1) \to (\varphi_1 \to \varphi_2))$

对于给定的具体表达式φ_1, φ_2, φ_3，如果下述Frege 模式依然在确定范围之内，那么它们就可以作为Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

(a) $((\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_3)) \to ((\varphi_1 \to \varphi_2) \to (\varphi_1 \to \varphi_3)))$
(b) $(\varphi_1 \to \varphi_1)$
(c) $(\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_1))$
(d) $(\varphi_1 \to ((\neg\varphi_1) \to \varphi_2))$
(e) $(((\neg\varphi_1) \to \varphi_1) \to \varphi_1)$
(f) $((\neg\varphi_1) \to (\varphi_1 \to \varphi_2))$
(g) $(\varphi_1 \to ((\neg\varphi_2) \to (\neg(\varphi_1 \to \varphi_2))))$

(h) 当具体变元符号 v_n 可以在具体表达式 φ 中替换具体变元符号 v_i 时，如果下述Frege 模式的层次还在确定范围之内，那么下述具体表达式可以作为一条Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

$$((\forall v_i\, \varphi) \to \varphi(v_i; v_n))$$

(h) 当具体变元符号 v_n 可以在具体表达式 φ 中替换具体变元符号 v_i 时，如果下述Frege 模式的层次还在确定范围之内，那么下述具体表达式可以作为一条Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

$$((\forall v_i\, \varphi) \to \varphi(v_i; v_n))$$

(i) 如果下述Frege 模式的层次还在确定范围之内，那么下述具体表达式可以作为一条Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

$$((\forall v_i\, (\varphi_1 \to \varphi_2)) \to ((\forall v_i\, \varphi_1) \to (\forall v_i\, \varphi_2)))$$

(j) 当变元符号 v_i 不是具体表达式 φ 中自由出现，下述Frege 模式的层次还在确定范围之内，那么下述具体表达式可以作为一条Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

$$(\varphi \to (\forall v_i\, \varphi))$$

(j) 当变元符号 v_i 不是具体表达式 φ 中自由出现，下述Frege 模式的层次还在确定范围之内，那么下述具体表达式可以作为一条Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

$$(\varphi \to (\forall v_i\, \varphi))$$

(k) 具体等式 $(v_1 = v_1)$ 是一条可以有效使用的Frege 法则;

(l) 当具体变元符号 v_i 可以在具体表达式 φ_1 和 φ_2 中替换具体变元符号 v_j 时，并且在同时实施相应变元符号的每一次出现的替换之后，结果为同一个具体表达式，如果下述Frege 模式的层次还在确定范围之内，那么下述具体表达式可以作为一条Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

$$((v_j = v_i) \to (\varphi_1 \to \varphi_2))$$

(l) 当具体变元符号 v_i 可以在具体表达式 φ_1 和 φ_2 中替换具体变元符号 v_j时，并且在同时实施相应变元符号的每一次出现的替换之后，结果为同一个具体表达式，如果下述Frege 模式的层次还在确定范围之内，那么下述具体表达式可以作为一条Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

$$((v_j = v_i) \to (\varphi_1 \to \varphi_2))$$

(m) 当具体表达式 φ 是一条可以有效使用的Frege 法则时，如果Frege 模式 $(\forall v_i\, \varphi)$ 的层次还在确定范围之内，那么这一具体表达式可以作为一条Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用。

(l) 当具体变元符号 v_i 可以在具体表达式 φ_1 和 φ_2 中替换具体变元符号 v_j 时，并且在同时实施相应变元符号的每一次出现的替换之后，结果为同一个具体表达式，如果下述Frege 模式的层次还在确定范围之内，那么下述具体表达式可以作为一条Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用：

$$((v_j = v_i) \to (\varphi_1 \to \varphi_2))$$

(m) 当具体表达式 φ 是一条可以有效使用的Frege 法则时，如果Frege 模式 $(\forall v_i\, \varphi)$ 的层次还在确定范围之内，那么这一具体表达式可以作为一条Frege 法则在概念文字基本理论构建过程中作为有效工具使用。

(n) 限定只有上述合乎规定的Frege 模式才可以作为构建概念文字基本理论过程的有效工具使用。

IV. 确切有限概念文字基本理论CFZFC

可应用Zermelo 公理模式

在构建概念文字基本理论的过程中，只要所需要的Zermelo 集合论公理的具体表达式的层次还在确切范围内，那么它就可以作为有效的系统公理使用。这些将伴随概念文字基本理论构建过程具体明确。

Axiom (同一律 $\mathbf{Z}_1$)

$$\left(\forall v_1\, \forall v_2 \left(\begin{array}{l} \left(\forall v_3 \left(\neg \left(\begin{array}{l} (v_3 \in v_1 \to v_3 \in v_2) \to \\ (\neg(v_3 \in v_2 \to v_2 \in v_1)) \end{array} \right)\right)\right) \\ \to (v_1 = v_2) \end{array} \right)\right).$$

Axiom (分解原理)

对于彰显自由变元的具体表达式 $\varphi(v_1, v_2, \cdots, v_n)$ 而言，其中 n 是限定范围内的一个具体自然数，分解原理 $\mathbf{Z}_2[\varphi]$ 为下述表达式：

$$(\forall v_0\,(\exists v_{n+1}\,(\forall v_1\,((v_1 \in v_{n+1}) \leftrightarrow ((v_1 \in v_0) \wedge \varphi(v_1, v_2, \cdots, v_n))))))$$

Axiom (幂集公理 $\mathbf{Z}_3$)

$$(\forall v_1\, \exists v_2\, \forall v_3\, (v_3 \in v_2 \leftrightarrow v_3 \subseteq v_1)).$$

Axiom (配对公理 $\mathbf{Z}_4$)

$$(\forall v_1\, \forall v_2\, (\exists v_3\, (\forall v_5\, ((v_5 \in v_3) \leftrightarrow ((\neg(v_5 = v_1)) \to (v_5 = v_2)))))).$$

Axiom (并集公理 $\mathbf{Z}_5$)

$$(\forall v_1\ (\exists v_2\ (\forall v_3\ ((v_3 \in v_2) \leftrightarrow (\exists v_4\ ((v_4 \in v_1)\ \wedge\ (v_3 \in v_4))))))).$$

Axiom (无穷公理 $\mathbf{Z}_6$)

$$(\exists v_1\ ((\emptyset \in v_1) \wedge (\forall v_2\ ((v_2 \in v_1) \rightarrow (\mathbf{S}(v_2) \in v_1))))).$$

其中，$(\forall v_3\,((v_3 \in \mathbf{S}(v_2)) \leftrightarrow ((\neg(v_3 = v_2)) \rightarrow (v_3 \in v_2)))).$

Axiom (映像存在原理)

设 $\psi(v_1, v_2)$ 是一个具体表达式，v_1, v_2 是两个在 ψ 中自由出现的两个变元符号，变元符号 v_3, v_4, v_5, v_6, v_7 在 ψ 中没有自由出现，并且变元符号 v_3, v_7 可以在 ψ 中替换 v_2；变元符号 v_6 可以在 ψ 中替换 v_1. 由 $\psi(v_1, v_2)$ 所给出的映像存在原理 $\mathbf{F}[\psi]$ 是下述语句：

$$\left(\begin{array}{l} (\forall v_1 \, \forall v_2 \, \forall v_3 \, (\psi(v_1, v_2) \wedge \psi(v_1, v_3) \rightarrow (v_2 = v_3))) \rightarrow \\ (\forall v_4 \, \exists v_5 \, \forall v_7 \, (v_7 \in v_5 \leftrightarrow (\exists v_6 \, (v_6 \in v_4 \wedge \psi(v_6, v_7))))) \end{array} \right).$$

Axiom (∈–极小原理)

$$\left(\begin{array}{l}(\exists v_1\ \varphi(v_1, v_2, \cdots, v_n)) \to \\ \left(\exists v_1 \left(\begin{array}{l}\varphi(v_1, v_2, \cdots, v_n) \wedge \\ \left(\forall v_{n+1} \left(\begin{array}{l}(v_{n+1} \in v_1) \to \\ (\neg\varphi(v_{n+1}, v_2, \cdots, v_n))\end{array}\right)\right)\end{array}\right)\right)\end{array}\right)$$

其中，n 为一个不超过2050的具体自然数，变元 v_{n+1} 在具体表达式 $\varphi(v_1, v_2, \cdots, v_n)$ 中可替换变元 v_1。

Axiom (选择公理 $\mathbf{Z}_8$)

$$\left(\forall v_1 \left(\begin{array}{l}\left(\begin{array}{l}(\neg(v_1 = \emptyset)) \wedge \\ (\forall v_2 ((v_2 \in v_1) \to (\not(v_2 = \emptyset))))\end{array}\right) \\ \to \left(\exists\, v_3 \left(\begin{array}{l}\mathbf{HanS}(v_3) \wedge (\mathbf{dom}(v_3) = v_1) \wedge \\ (\forall v_4 ((v_4 \in v_1) \to (v_3(v_4) \in v_4)))\end{array}\right)\right)\end{array}\right)\right).$$

IV. 确切有限概念文字基本理论CFZFC

概念文字基本理论演绎推理法则

当具体表达式$(\varphi \to \psi)$ 还在确定范围之内时，可以有效地由$(\varphi \to \psi)$ 和φ 推理得到ψ。

IV. 确切有限概念文字基本理论CFZFC

概念文字基本理论基本概念“论证”之定义

给定一个具体的表达式小组Γ．一个确切的具体表达式序列

$$\langle \varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_k \rangle$$

是概念文字理论的一个有效论证当且仅当对$1 \leq i \leq k$,

1. 或者 φ_i 出自 Γ, 或者是一条可以有效使用的Frege 法则;

给定一个具体的表达式小组Γ. 一个确切的具体表达式序列

$$\langle \varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_k \rangle$$

是概念文字理论的一个有效论证当且仅当对$1 \leq i \leq k$,

1. 或者φ_i出自Γ, 或者是一条可以有效使用的Frege 法则;
2. 或者有两个具体指标$m, n < i$来表明φ_m就是$(\varphi_n \to \varphi_i)$.

IV. 确切有限概念文字基本理论CFZFC

演绎推理算法

有一种将结论 ψ 的一个 $(\Gamma\cup\{\theta\})$-论证 $\langle\theta_1,\cdots,\theta_n\rangle$ 转化成结论 $(\theta\to\psi)$ 的一个长度不会超过4倍的Γ- 论证

$$\langle\theta_1,\cdots,(\theta\to\theta_1),\theta_2,\cdots,(\theta\to\theta_2),\cdots,\theta_n,\cdots,(\theta\to\psi)\rangle$$

的算法:

Input: $\langle\theta_1, \cdots, \theta_n\rangle$;
Output: $\langle\delta_1, \cdots, \delta_{\ell-1}\rangle, (\ell \leq 4n)$.
Start: Set $i = 1$ and $\ell = 1$.
Next: Set $K(i) = \ell$ and set δ_ℓ to be θ_i;
If θ_i is θ, **then** set $\delta_{\ell+1}$ to be $(\theta \to \theta)$ and increase ℓ by 2;
Else If θ_i is an applicable Frege's Rule, or $\theta_i \in \Gamma$, **then** do the following:

(1) set $\delta_{\ell+1}$ to be $(\theta_i \to (\theta \to \theta_i))$;
(2) set $\delta_{\ell+2}$ to be $(\theta \to \theta_i)$;
(3) increase ℓ by 3.

Else Then do the following:

(1) compute the least pair of $j < i, m < i$ such that θ_m is $(\theta_j \to \theta_i)$, and

(2) set

  (a) $\delta_{\ell+1} \equiv ((\theta \to (\theta_j \to \theta_i)) \to ((\theta \to \theta_j) \to (\theta \to \theta_i)))$;
  (b) $\delta_{\ell+2} \equiv ((\theta \to \theta_j) \to (\theta \to \theta_i))$;
  (c) $\delta_{\ell+3} \equiv (\theta \to \theta_i)$;
  (d) increase ℓ by 4.

If $i < n$, **then** increase i by 1 and goto Next;
Else if $i = n$, **then** stop and output the sequence

$$\langle \delta_1, \cdots, \delta_{\ell-1} \rangle.$$

有一个将结论 φ 的 Γ-论证

$$\langle \theta_1, \cdots, \theta_n \rangle$$

转化成结论 $(\forall v_i\, \varphi)$ 的长度不超过4倍的Γ-论证

$$\langle \theta_1, \cdots, (\forall v_i\, \theta_1), \theta_2, \cdots, (\forall v_i\, \theta_2), \cdots, \theta_n, \cdots, (\forall v_i\, \theta_n) \rangle$$

的算法；算法有效的条件是所涉及全域化变元符号 v_i 不是出发点 Γ 中任何表达式的一个自由变元符号。

Input: $\langle \theta_1, \cdots, \theta_n \rangle$;
Output: $\langle \delta_1, \cdots, \delta_{\ell-1} \rangle$;
Start: Set $j = 1$ and $\ell = 1$.
Next: Set $K(j) = \ell$ and δ_ℓ to be θ_j;
If $\theta_j \in \Gamma$, **then** do the following:

(1) Set $\delta_{\ell+1}$ to be $(\theta_j \rightarrow (\forall v_i\, \theta_j))$;
(2) Set $\delta_{\ell+2}$ to be $(\forall v_i\, \theta_j)$;
(3) Increase $\ell$by 3

Else If θ_j is an applicable Frege's Rule, **then** do the following:

(1) Set $\delta_{\ell+1}$ to be $(\forall v_i\, \theta_j)$;
(2) Increase ℓ by 2

Else do the following:

(1) Compute the least pair (p, m) such that $p < j, m < j$ and θ_m is $(\theta_p \to \theta_j)$;

(2) Perform the following:

   (a) Set $\delta_{\ell+1}$ to be $((\forall v_i\,(\theta_p \to \theta_j)) \to ((\forall v_i\,\theta_p) \to (\forall v_i\,\theta_j)))$;

   (b) Set $\delta_{\ell+2}$ to be $((\forall v_i\,\theta_p) \to (\forall v_i\,\theta_j))$;

   (c) Set $\delta_{\ell+3}$ to be $(\forall v_i\,\theta_j)$;

   (d) Increase ℓ by 4.

If $j < n$,**then** increase j by 1 and goto **Next**;
Else if $j = n$, **then** stop and output

$$\langle \delta_1, \cdots, \delta_{\ell-1} \rangle.$$

V

彻底有限对象之整体 V_ω 以及形而上学语言编码

Definition

1. $(V_0 = \emptyset)$;
2. $\left(\forall v_1 \in \omega \left(V_{\mathbf{S}(v_1)} = \mathbf{P}\left(V_{v_1}\right)\right)\right)$;
3. $(\forall v_1\ ((v_1 \in V_\omega) \leftrightarrow (\exists v_2 \in \omega\ (v_1 \in V_{v_2}))))$。

Definition

(1) $(V_{\omega+2} = \mathbf{P}(V_{\omega+1}))$.
(2) $(V_{\omega+3} = \mathbf{P}(V_{\omega+2}))$.
(3) $(V_{\omega+4} = \mathbf{P}(V_{\omega+3}))$.
(4) $(V_{\omega+5} = \mathbf{P}(V_{\omega+4}))$.
(5) $(V_{\omega+6} = \mathbf{P}(V_{\omega+5}))$.

1. 植入Frege 逻辑法则的公理化集合论可以为理性思维范畴提供一个统一、自洽、富足、具体、规范、简洁、优美、牢靠的抽象表述形式语言以及语义解释系统；这个概念文字是在事先明确展示的形式推理法则以及具体基本公理之下经过一系列严格形式演绎推理建立起来的，因而完全规避了“非形式推理”和“凭感觉结论”的基础分析过程。

VI

一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析

奎因[Quine 1986] 给出了逻辑真理的非常一般性的定义(Quine [1986], p. 59)：

> *一条逻辑真理就是一个不可能因为替换其中的词汇而变成虚假断言的语句，即使在补充字典内容的情形下也一样。*

在该专著的第95页，奎因重新表述如下：

> *一个语句是逻辑真实的条件是所有具有同一种语法结构的语句都是真实的。*

VI. 一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析

奎因“逻辑真理”之定义

需要注意的是奎因的“具有同一种语法结构”这个短语并非没有二义性；

实际上奎因的“语法结构”是一种按照一定先后结合规律序列性使用逻辑常元的方式；

另外，奎因所说的“是真实的”需要在所论对象语言的所有结构之中“都是真实的”。

对逻辑真实性基垫问题思考的一个动机就是试图对奎因判定逻辑真理的准则提供一种严格的再解释。

VI. 一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析

奎因“逻辑真理”之定义

为达此目的，我们将严格区分“逻辑真理”和“逻辑规律”。
事实上，我们将明示一条逻辑规律是从一个足够广泛的由表达式的某种笛卡尔乘积空间到“必然真语句”空间内的一个映射；
如果一个语句是某一条逻辑规律的值域中的一个具体例子，那么它是逻辑真实的。
经过明确逻辑规律是什么，我们能够将奎因的“具有同一种语法结构”这一短语中的二义性完全消除掉。

很自然，我们需要明确回答下述问题：

问题

- 我们怎样知道目标语言中的一个语句是某一条逻辑规律的恰当实例(或取值)?

很自然，我们需要明确回答下述问题：

问题

- 我们怎样知道目标语言中的一个语句是某一条逻辑规律的恰当实例(或取值)?
- 我们怎样知道一个逻辑真实语句的逻辑真实性?

我们的立场是：无人能够在清楚验证之前(或者在以无可辩驳的理由明确之前)宣称一个语句是逻辑真实的。于是，上述问题就变成下述问题：

问题

- 站在形而上学(或者元逻辑)的领域中，我们怎样验证(或者在以无可辩驳的理由明确)一个语句是逻辑真实的？

比如，亚里士多德在《形而上学》中几乎用了整个第三卷和第四卷来论证“矛盾律”和“排中律”是广泛适用的“最本原”的正确论证的出发点。

VI. 一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析

奎因“逻辑真理”之定义

按照与塔尔斯基“真实性”以及“逻辑真实性”定义的平行方式，我们来解释我们可以怎样判定目标语言中的一个语句的逻辑真实性(详见《基本逻辑学》，科学出版社，2020)。

按照与塔尔斯基“真实性”以及“逻辑真实性”定义的平行方式，我们来解释我们可以怎样判定目标语言中的一个语句的逻辑真实性(详见《基本逻辑学》，科学出版社，2020)。

首先，验证必须依赖从现实世界抽象出来的合乎目标语言描述的某种确定的局限类型的对象结构，并且这种对象结构是现实世界中的某种普遍实在的事物的抽象。

按照与塔尔斯基“真实性”以及“逻辑真实性”定义的平行方式，我们来解释我们可以怎样判定目标语言中的一个语句的逻辑真实性(详见《基本逻辑学》，科学出版社，2020)。

首先，验证必须依赖从现实世界抽象出来的合乎目标语言描述的某种确定的局限类型的对象结构，并且这种对象结构是现实世界中的某种普遍实在的事物的抽象。

注意，这种建模事情(从客观实在事物到抽象结构表示)不是逻辑领域内的事务，是相关专业领域自身的事务。

VI. 一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析

奎因“逻辑真理”之定义

第二，在这些对应着广泛实在事物的抽象结构中，描述这些结构的语言的原始命题的真实性完全由相关领域的思考者依据客观事实完全确定，并且这种确定过程不牵涉任何逻辑词汇和逻辑语法形式，也就是说这种判定是独立于逻辑的；正是这些专业性的独立于逻辑的依据客观事实所确定的原始命题的真实性构成以这些原始语句为基础应用逻辑常元关联构成的逻辑形式语言的复合语句的真实性判定的基础。

第二，在这些对应着广泛实在事物的抽象结构中，描述这些结构的语言的原始命题的真实性完全由相关领域的思考者依据客观事实完全确定，并且这种确定过程不牵涉任何逻辑词汇和逻辑语法形式，也就是说这种判定是独立于逻辑的；正是这些专业性的独立于逻辑的依据客观事实所确定的原始命题的真实性构成以这些原始语句为基础应用逻辑常元关联构成的逻辑形式语言的复合语句的真实性判定的基础。

这里逻辑所坚持的基本假设是：所有那些原始命题的真实性(被肯定的原始命题)对应着客观事实的实在性；所有那些原始命题的虚假性(被否定的原始命题)对应着客观事实的非实在性；提供那些基本判定的专业人士都是实事求是和理智的，他们的判定结果是可靠的。

VI. 一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析

奎因“逻辑真理”之定义

第三，给定一个涉及一系列逻辑常元和原始命题的复合语句，逻辑要求按照事先规定的形而上学的有关逻辑词汇应当如何解释的法则在任何一个具体对象结构中依据该语句中的**逻辑形式**以及那些在语句中出现的原始命题的**语法类型定义**来确定其可满足性。语句中的逻辑形式是指所涉及的逻辑常元以及所涉及的原始命题所在的位置按照先后出现的顺序和结合方式；语句中的原始命题的语法类型定义则是语句中那些原始语句按照顺序所出现的序列；对逻辑常元的解释则是按照它们的本来的逻辑含义实现将可满足性问题**归结到**所涉及的原始命题的真实与虚假的判定结果。

VI. 一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析

奎因“逻辑真理”之定义

第四，给定一个逻辑复合语句，它是逻辑真实的当且仅当在任意一个具体对象结构的任意一种恰当情形的解释中都是可满足的。注意，这第四条表明“逻辑真实性”验证需要使用类似于CFZFC的“形而上学概念文字体系”，因为“归纳法”不能够为“逻辑真实性”判定提供保障。

考虑一阶逻辑的逻辑常元：

$$\neg \ \rightarrow \ \vee \wedge \ \leftrightarrow \ \forall x_i \, \exists x_i,$$

不考虑等号；对每一个变元符号 x_i, 将 $\forall x_i$ 和 $\exists x_i$ 分别当成一个逻辑常元。

逻辑形式的严格的递归定义如下：

定义

(1) $[\,]$ 是一个逻辑肯定1-形式; $(\neg[\,])$ 是一个逻辑否定1-形式;

逻辑形式的严格的递归定义如下：

定义

(1) [] 是一个逻辑肯定1-形式; $(\neg[\,])$ 是一个逻辑否定1-形式;

(2) 如果σ 一个逻辑n-形式, 那么$(\neg\sigma)$ 是一个逻辑n-形式;

逻辑形式的严格的递归定义如下：

定义

(1) $[\,]$ 是一个逻辑肯定1-形式；$(\neg[\,])$ 是一个逻辑否定1-形式；
(2) 如果σ 一个逻辑n-形式，那么$(\neg\sigma)$ 是一个逻辑n-形式；
(3) 如果σ 一个逻辑n-形式，τ 是一个逻辑m-形式，那么$(\sigma \to \tau)$ 是一个$(n+m)$-形式；

逻辑形式的严格的递归定义如下：

定义

(1) $[\,]$ 是一个逻辑肯定1-形式；$(\neg[\,])$ 是一个逻辑否定1-形式；

(2) 如果σ 一个逻辑n-形式，那么$(\neg\sigma)$ 是一个逻辑n-形式；

(3) 如果σ 一个逻辑n-形式，τ 是一个逻辑m-形式，那么$(\sigma \to \tau)$ 是一个$(n+m)$-形式；

(4) 如果σ 是一个逻辑n-形式，那么$(\forall x_i\, \sigma)$ 是一个逻辑n-形式；

定义 (续)

(5) 如果σ 一个逻辑n-形式，那么$(\exists x_i\,\sigma)$ 是一个逻辑n-形式；

定义 (续)

(5) 如果σ 一个逻辑n-形式, 那么$(\exists x_i\, \sigma)$ 是一个逻辑n-形式;

(6) 如果σ 是一个逻辑n-形式，τ 一个逻辑m-形式, 那么$(\sigma \vee \tau)$ 是一个逻辑$(n+m)$-形式;

定义 (续)

(5) 如果σ 一个逻辑n-形式，那么$(\exists x_i\, \sigma)$ 是一个逻辑n-形式;

(6) 如果σ 是一个逻辑n-形式，τ 一个逻辑m-形式，那么$(\sigma \vee \tau)$ 是一个逻辑$(n+m)$-形式;

(7) 如果σ 一个逻辑n-形式，τ 一个逻辑m-形式，那么$(\sigma \wedge \tau)$ 是一个逻辑$(n+m)$-形式;

定义 (续)

(5) 如果σ 一个逻辑n-形式，那么$(\exists x_i\, \sigma)$ 是一个逻辑n-形式；

(6) 如果σ 是一个逻辑n-形式，τ 一个逻辑m-形式，那么$(\sigma \vee \tau)$ 是一个逻辑$(n+m)$-形式；

(7) 如果σ 一个逻辑n-形式，τ 一个逻辑m-形式，那么$(\sigma \wedge \tau)$ 是一个逻辑$(n+m)$-形式；

(8) 如果σ 是一个逻辑n-形式，τ 是一个逻辑m-形式，那么$(\sigma \leftrightarrow \tau)$ 是一个逻辑$(n+m)$-形式。

现在的问题是我们该怎样在一个给定的逻辑形式中填充那些空挡，因为给定任何一个逻辑n-形式，自然有无穷多种随机填充方式，但几乎所有的填充都不是我们所需要的。

问题

给定一个逻辑n-形式，为满足某种要求，用一个长度为n的表达式序列来填充其中的空挡的正确的语法方式或规则是什么？

给定一个逻辑n-形式，我们说一种填充其中空挡的**语法方式**就是明确显示从所有长度为n 的表达式序列的空间中提取部分表达式序列的**语法类型定义**。

给定一个长度为$(n+1)$ 的表达式序列，$\langle\psi_0,\cdots,\psi_n\rangle$，一个**语法类型定义**就是一种明确这些顺序出现的表达式之间的确切的由位置所确立的纯粹的形式语法关系；比如，“ψ_i 和ψ_j” 为同一个表达式，“ψ_i 是在ψ_j中用项$\tau_1,\cdots,\tau_m$ 合乎语法要求地分别替换ψ_j的自由变元$x_{k_1},\cdots,x_{k_m}$ 的结果，等等。

定义

一条**逻辑规律**就是一个满足如下语义要求的明确固定的依照一个确切的语法类型定义来填充一个确定的逻辑 n-形式中的空挡的语法方式：

定义

一条**逻辑规律**就是一个满足如下语义要求的明确固定的依照一个确切的语法类型定义来填充一个确定的逻辑 n-形式中的空挡的语法方式：

对于用任意一个合乎给定语法类型定义的表达式序列 $\langle \psi_1, \cdots, \psi_n \rangle$ **分别顺序地**填充那个事先确定的逻辑 n形式中的空挡之后所得到的结果表达式 Ψ，必然地(在形而上学立场所知道的)所有一阶结构中按照一阶逻辑所规定的解释规则对 Ψ 进行解释之后的结果都为真实。

例子 (7)

逻辑形式为 $((\,[\,] \to (\,[\,] \to [\,]\,)) \to (((\,[\,] \to [\,]\,) \to (\,[\,] \to [\,]\,)))$；
语法类型定义为**第一、四、六项相同；第二、五项相同；第三、七项相同**；
满足语法类型定义的表达式序列形如
$\langle \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_1, \varphi_3 \rangle$；
分别顺序填充所得到的结果形如
$((\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_3)) \to ((\varphi_1 \to \varphi_2) \to (\varphi_1 \to \varphi_3)))$;
所得到的映射为

$$\mathbb{L}_7 : \mathbf{BDS} \times \mathbf{BDS} \times \mathbf{BDS} \ni (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) \mapsto$$
$$((\varphi_1 \to (\varphi_2 \to \varphi_3)) \to ((\varphi_1 \to \varphi_2) \to (\varphi_1 \to \varphi_3))) \in \mathbf{BRZ}$$

验证表明$\mathbb{L}_7$一条逻辑规律。

例子 (8)

逻辑形式为 $([\,] \to (([\,] \to [\,]) \to [\,]))$；
语法类型定义为**前两项相同；后两项相同**；
满足语法类型定义的表达式序列形如$\langle \varphi, \varphi, \psi, \psi \rangle$；
分别顺序填充所得到的结果形如$(\varphi \to ((\varphi \to \psi) \to \psi))$;
所得到的映射为

$$\mathbb{L}_8 : \mathbf{BDS} \times \mathbf{BDS} \ni (\varphi, \psi) \mapsto (\varphi \to ((\varphi \to \psi) \to \psi)) \in \mathbf{BRZ}$$

验证表明$\mathbb{L}_8$一条逻辑规律。

例子 (11)

逻辑形式为 $([\,]\to((\neg[\,])\to[\,]))$；
语法类型定义为**前两项相同**；
满足语法类型定义的表达式序列形如$\langle\varphi,\varphi,\psi\rangle$；
分别顺序填充所得到的结果形如$(\varphi\to((\neg\varphi)\to\psi))$；
所得到的映射为

$$\mathbb{L}_{11}:\textbf{BDS}\times\textbf{BDS}\ni(\varphi,\psi)\mapsto(\varphi\to((\neg\varphi)\to\psi))\in\textbf{BRZ}$$

验证表明$\mathbb{L}_{11}$一条逻辑规律。

定义

令

$\mathbb{A}_1 = \{\langle \varphi, x_j, \tau \rangle \in \mathbf{BDS} \times \mathbf{BYFH} \times \mathbf{Xng} \mid \mathbf{KTHn}(x_j, \tau, \varphi)\}$
$\mathbb{A}_2 = \mathbf{BDS} \times \mathbf{BDS} \times \mathbf{BYFH}$
$\mathbb{A}_3 = \{\langle \varphi, x_j \rangle \in \mathbf{BDS} \times \mathbf{BYFH} \mid (\neg(\mathbf{ZiYu}(x_j, \varphi)))\}$
$\mathbb{A}_4 = \{\langle \varphi, \psi, x_i, x_j \rangle \mid \mathbf{KTHn}(x_i, x_j, \varphi), \mathbf{KTHn}(x_i, x_j, \psi), \varphi(x_i; x_j) = \psi(x_i; x_j)\}$
其中$\mathbf{BYFH} \subset V_\omega$ 为变元符号集合；
$\mathbf{Xng} \subset V_\omega$ 为项集合；
$\mathbf{KTHn}$ 为三元“...在...中可替换...”谓词；
$\mathbf{ZiYu}$ 为二元“...在...中自由”谓词。

例子 (13)

逻辑形式为 $((\forall x_i\,[\,])\to[\,])$；
语法类型定义为
在第一项中，自由变元 x_i 可由项 τ 来替换；
第二项是在第一项中用项 τ 替换变元 x_i 的每一次自由出现的结果；
满足语法类型定义的表达式序列形如 $\langle\varphi,\varphi(x_i;\tau)\rangle$；
分别顺序填充所得到的结果形如 $((\forall x_i\,\varphi)\to\varphi(x_i;\tau))$；
所得到的映射为

$$\mathbb{L}_{13}:\mathbb{A}_1\ni(\varphi,x_j,\tau)\mapsto((\forall x_j\,\varphi)\to\varphi(x_j;\tau))\in\mathbf{BRZ}$$

验证表明 $\mathbb{L}_{13}$ 一条逻辑规律。

例子 (14)

逻辑形式为 $((\forall x_i\,([\,] \to [\,])) \to ((\forall x_i\,[\,]) \to (\forall x_i\,[\,])))$；
语法类型定义为**第一、三项相同；第二、四项相同；**
满足语法类型定义的表达式序列形如$\langle \varphi, \psi, \varphi, \psi \rangle$；
分别顺序填充所得到的结果形如
$((\forall x_i\,(\varphi \to \psi)) \to ((\forall x_i\,\varphi) \to (\forall x_i\,\psi)))$；
所得到的映射为

$$\begin{aligned}&\mathbb{L}_{14} : \mathbb{A}_2 \ni (\varphi, \psi, x_i) \mapsto \\ &((\forall x_i\,(\varphi \to \psi)) \to ((\forall x_i\,\varphi) \to (\forall x_i\,\psi))) \in \mathbf{BRZ}\end{aligned}$$

验证表明$\mathbb{L}_{14}$一条逻辑规律。

例子 (15)

逻辑形式为 $([\,] \to (\forall x_i\ [\,]))$；
语法类型定义为**第一、二项相同，变元 x_i 并非第一项中的自由变元**；
满足语法类型定义的表达式序列形如$\langle \varphi, \varphi \rangle$；
分别顺序填充所得到的结果形如$(\varphi \to (\forall x_i\ \varphi))$；
所得到的映射为

$$\mathbb{L}_{15} : \mathbb{A}_3 \ni (\varphi, x_j) \mapsto (\varphi \to (\forall x_j\ \varphi)) \in \mathbf{BRZ}$$

验证表明$\mathbb{L}_{15}$一条逻辑规律。

例子 (16)

逻辑形式为$((x_i \hat{=} x_j) \rightarrow ([\,] \rightarrow [\,]))$；
语法类型定义为
在两项中，变元x_i都可以由变元x_j所替换；
当在两项中用变元x_j替换变元x_i之后，两个结果相同；
满足语法类型定义的表达式序列形如$\langle \varphi, \psi \rangle$；
分别顺序填充所得到的结果形如$((x_i \hat{=} x_j) \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi))$；
所得到的映射为

$$\mathbb{L}_{16} : \mathbb{A}_4 \ni \langle \varphi, \psi, x_i, x_j \rangle \mapsto ((x_i \hat{=} x_j) \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)) \in \mathbf{BRZ}$$

验证表明$\mathbb{L}_{16}$一条逻辑规律。

我们来看看必然真命题集合 **BRZ** $\subset$ **BDS** 的复杂性。

一方面，根据这个集合的定义，它是在满足关系“$\models$”之上为 $\Pi^1_1(V_\omega)$；

另一方面，应用完备性定理，它又是 $\Sigma_1(V_\omega)$。置这两种定义等价的证明于不顾，**BRZ** 的复杂性是 $\Sigma_1(V_\omega)$。

顺便说一句，由于每一条逻辑规律是 V_ω上的递归映射，其值域自然也是 $\Sigma_1(V_\omega)$，从而由此而来的“逻辑真实性”也是 $\Sigma_1(V_\omega)$。

上述逻辑真实性的复杂性对于奎因“逻辑真理”之定义意味着什么？

这种复杂性度量告诉我们在奎因“逻辑真理”之定义中，比起形式语法意义下的“可替换性”来，恰恰是“是普遍真实的”才是最本质的，因为形式语法意义下的“替换”操作是一种递归操作。

因此，似乎并不清楚奎因之定义是否的确给出了描述必然真命题之集合 **BRZ** 的特征。看起来似乎更像一个“充分条件”，也就是说，奎因定义只是给出了全部逻辑真实性的一个真子部分。忽略判定“是真实的”这一过程的复杂性，粗略地讲，奎因定义的复杂性是$\Pi_1(V_\omega)$。如果奎因定义真的给出了 **BRZ** 的特征，那么这个集合便是$\Delta_1(V_\omega)$。但这是不可能的，因为 **BRZ** 是不可判定的。

同时可见卡尔纳普有关逻辑真理的理论也未必足以揭示必然真命题集合**BRZ** 中的全部秘密。

VI. 一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析

逻辑规律之基垫

一系列的实例表明我们的逻辑规律的定义为奎因的“逻辑真理”之定义给出一种新的解释：

定义

一个语句是逻辑真实的条件为它是某个逻辑规律(模式)的一个确切实例；而每一条逻辑规律都完全由定义该逻辑规律的逻辑形式、语法类型定义以及分别顺序填充规则唯一确定。

上述解释以一种更为严格的方式重新表述奎因的“逻辑真实性在词汇替换下不变”原理。在这种意义上讲，奎因的下述说法是对的：

“a sentence is logically true if true by virtue purely of its grammatical structure.”

但需要将短语“its grammatical structure”重新解释为

“its grammatical logical constants sequential structure and its syntactical type of the sequence of sub-formulae”.

Quine stated explicitly that

> *“I avoid this phrasing, for it suggests that it is language that makes logical truths true—purely language, and nothing to do with the nature of the world” (Quine [1986], p.95).*

Quine stated explicitly that

> *“I avoid this phrasing, for it suggests that it is language that makes logical truths true—purely language, and nothing to do with the nature of the world”*
> *(Quine [1986], p.95).*

Yes, or no.

VI. 一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析

逻辑规律之基垫

一方面，在我们确定它们真是逻辑规律之后它们的确就是那样的；
另一方面，如此确定的关键就在于逻辑规律的取值是“普遍真实”的以及这种“普遍真实性”的验证涉及整个目标对象范畴。

在任何一个足够广泛的目标对象范畴内，在一个确切验证过程完结之前，一个普遍真实语句绝非因为它的逻辑形式与语法类型定义以及分别顺序填充规则而自动普遍真实。仅仅在可靠的确切的论证过程完结后我们才知道它的逻辑形式、语法类型定义以及分别顺序填充规则的确共同确保它的任何一个实例都是在整个目标对象范畴为普遍真实。
尽管一个已知的逻辑真实的语句独立于它的目标词汇，但是

> *“it is the business of science not to create laws, but to discover them(G. Boole [1854/1958] p.11).”*

VI. 一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析

逻辑规律之基垫

从“未知”到“知道”是一个发现与验证的过程；为此，不能不先知道探索的目标对象以及那些相关联的原始真实事实。

因此，成功的发现以及牢靠的验证一种逻辑真实性就与依据目标语言的词汇来表示现实世界的实在目标对象的**抽象模型**直接相关，因此，普遍真实性的验证就与现实世界密切相关。

不应当强调整个故事的独立性的一面，而忽略这种独立性必须由可靠的验证来保障这一面。

这样，没有必要回避那种说法，因为那种说法涉及两个部分：
语法结构部分和断言真实部分；
只不过，无论是面向公众，还是说服自己，都需要明确其逻辑真实性是在牢靠的论证之后的结果。
恰恰是这第二部分支持奎因对卡尔纳普的“逻辑真实性语言理论”所下的结论：

Carnap's Linguistic Theory of logical truth is “less to it than meets the eye”。

因为在卡尔纳普的理论中，他的公理化的变换*法则*需要赢得它们为什么可靠以及为什么在推导过程中可信的挑战，而不能仅仅简单地宣称它们可靠以及可信。

综上所述，在我看来，逻辑真理的基垫由四种素材联合提供：

- 逻辑形式，也就是逻辑常元的顺序结合使用方式；

VI. 一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析
逻辑规律之基垫

综上所述，在我看来，逻辑真理的基垫由四种素材联合提供：

- 逻辑形式，也就是逻辑常元的顺序结合使用方式；
- 与逻辑形式相匹配的子表达式序列的语法类型定义；

VI. 一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析

综上所述，在我看来，逻辑真理的基垫由四种素材联合提供：

- 逻辑形式，也就是逻辑常元的顺序结合使用方式；
- 与逻辑形式相匹配的子表达式序列的语法类型定义；
- 目标语言所描述的实在目标对象的抽象模型；

VI. 一个简单应用：概念“逻辑真理”之分析
逻辑规律之基垫

综上所述，在我看来，逻辑真理的基垫由四种素材联合提供：

- 逻辑形式，也就是逻辑常元的顺序结合使用方式；
- 与逻辑形式相匹配的子表达式序列的语法类型定义；
- 目标语言所描述的实在目标对象的抽象模型；
- 在抽象模型中目标语言语句的解释以及形而上学意义上的真实性或虚假性定义以及由此而来的逻辑真实性论证。

谢谢！