1.5.6: A是GL₁的($A' \equiv_T A \oplus 0'$),当且仅当

每个Φ_e^A都被某个$f \le_T A \oplus 0'$支配.

证明:

(⇒),假设$A' \equiv_T A \oplus 0'$. 给定Φ_e^A, 只需找$f \le_T A'$来支配Φ_e^A.

由参数引理,存在可计算的p,使对任x,y

$$\Phi_e^A(x) = \Phi_{p(e,x)}^A(y) = \Phi_{p(e,x)}^A(p(e,x)) = J^A(p(e,x))$$

考虑

$$f(x) = \begin{cases} 0 & 若\ p(e,x) \notin A' \\ \mu s\ \Phi_{e,s}^A(x)\downarrow & 若\ p(e,x) \in A',即\ J^A(p(e,x))\downarrow \end{cases}$$

显然$f \le_T A'$,且若$\Phi_e^A(x)\downarrow$, $\Phi_e^A(x) \le \mu s\ \Phi_{e,s}^A(x)\downarrow$

故f支配Φ_e^A

(⇐) 要证 $A' \le_T A \oplus O'$

考虑 Φ_e^A: $\Phi_e^A(x) = \begin{cases} \mu s\ \Phi_{x}^A(x)\downarrow & 若\ x \in A' \\ \uparrow & 否则 \end{cases}$

取 $f \le_T A \oplus O'$. f 支配 Φ_e^A

则对于每个 x 来说 要判断是否 $x \in A'$

只需尝试到 $\Phi^A_{x, f(x)}(x)$ 即可 $\square$